

التمرين الأول: 03 نقاط : اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات الثلاث المقترحة مبرما اختيارك .

ج	ب	أ	العبارة
لا تقبل حلول	(2; -1)	(4; -1)	حلل المعادلة $n^2 C_2^1 - 3!n - \frac{2}{3} A_4^2 = 0$
$r = 3$ $\theta = \frac{4\pi}{3}$	$r = 3$ $\theta = -\frac{\pi}{3}$	$r = -3$ $\theta = \frac{\pi}{3}$	$Z$ . عدد مركب غير معدوم، طويلته وعمدته هي $Z = -3 \left[ \cos\left(\frac{\pi}{3}\right) + i \sin\left(\frac{\pi}{3}\right) \right]$
-1+i	1+i	1	المجموع $S = 1 + e^{i\pi} + e^{i2\pi} + e^{i3\pi} + e^{i4\pi}$ يساوي

التمرين الثاني: 06 نقاط:

المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ .

(1) حل في مجموعة الأعداد المركبة  $\mathbb{C}$  المعادلة ذات المجهول  $Z$  التالية :  $(i\bar{Z} - 1 + i)(Z^2 - 2\sqrt{3}Z + 4) = 0$

(2) نعتبر في المستوي المركب النقطتين  $A$  و  $B$  ذات اللاحقتين على الترتيب :  $Z_A = \sqrt{3} + i$  ,  $Z_B = \sqrt{3} - i$ .

(أ) أكتب كل من العددين المركبين  $Z_A$  ,  $Z_B$  على الشكل الأسّي .

(ب) أكتب العدد :  $\left(\frac{Z_A}{Z_B}\right)^{2019} + \left(\frac{Z_A}{Z_B}\right)^{1440}$  على الشكل الجبري .

(ت) عين قيم العدد الطبيعي  $n$  بحيث يكون  $\left(\frac{Z_A}{2}\right)^n$  عدد تخيليا صرفا .

(3) نعتبر العدد المركب  $Z_C$  حيث  $Z_C \times Z_B = 2\sqrt{2} e^{i\frac{7\pi}{12}}$  .

(أ) أكتب  $Z_C$  على الشكل الأسّي ثم على الشكل الجبري .

(ب) أكتب العدد المركب  $Z_C \times Z_B$  على الشكل الجبري .

(ت) إستنتج القيم المضبوطة لكل من  $\cos\frac{7\pi}{12}$  و  $\sin\frac{7\pi}{12}$  .

(3) ليكن  $f$  التحويل النقطي الذي يرفق بكل نقطة  $M$  ذات اللاحقة  $=$  النقطة  $M'$  ذات اللاحقة  $' =$

$$z' = -2iz + 10i$$

أ- عين طبيعة التحويل  $f$  محددًا عناصره المميزة .

ب- أكتب العبارة المركبة للدوران الذي مركزه  $B$  و زاويته  $\theta = -\frac{\pi}{2}$  .

ت- أوجد لاحقة النقطة  $D$  صورة النقطة  $C$  بالدوران  $r$  .

## التمرين الثالث: 5 نقاط

يحتوي صندوق على خمس كرات بيضاء مرقمة بـ : 1 ، 1 ، 1 ، 0 ، -1 وخمس كرات سوداء مرقمة بـ :

1 ، 1 ، 0 ، 0 ، -1 لا نميز بينها باللمس ، نسحب عشوائيا وفي آن واحد 3 كرات من الصندوق .

I. نعتبر الأحداث التالية :

$A$  : " الحصول على كرة بيضاء واحدة فقط "  $B$  : " الحصول على كرية بيضاء على الأقل "

$C$  : " الكرات الثلاث المسحوبة لها نفس اللون "  $D$  : " الحصول على اللونين الأبيض والأسود "

$F$  : " مجموع أرقام الكرات الثلاث المسحوبة يساوي 0 "

1- أحسب احتمال الأحداث  $A$  ،  $B$  و  $C$  .

2- بين أن:  $P(D) = \frac{5}{6}$  ،  $P(F) = \frac{31}{120}$  و  $P(C \cap F) = \frac{7}{120}$  .

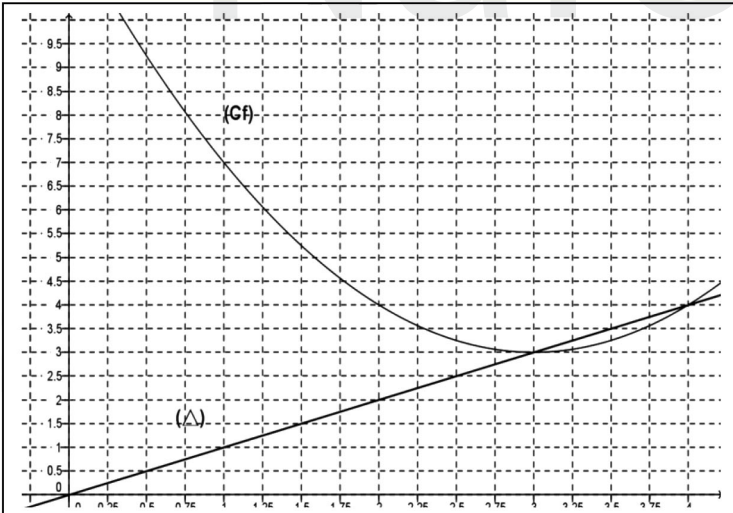
3- إذا كان مجموع أرقام الكرات المسحوبة يساوي 0 ما هو احتمال أن تكون الكرات الثلاث من نفس اللون؟

II. نعتبر المتغير العشوائي  $x$  الذي يرفق بكل مخرج مجموع أرقام الكرات الثلاث المسحوبة.

1- عين قيم المتغير العشوائي  $x$  .

2- عرف قانون الإحتمال للمتغير العشوائي  $x$  ثم أحسب أمله الرياضياتي .

## التمرين الرابع: 06 نقاط



في الشكل المقابل  $(C_f)$  التمثيل البياني للدالة  $f$

على المجال  $[0, 5]$  بالعلاقة  $f(x) = (x-3)^2 + 3$

و  $(d)$  المستقيم الذي معادلته:  $y = x$

(1)  $(U_n)$  متتالية معرفة على  $\mathbb{N}$  كمايلي:

$$U_{n+1} = f(U_n) \text{ و } U_0 = \frac{15}{4}$$



أ- مثل على محور الفواصل الحدود التالية :  $U_3, U_2, U_1, U_0$  دون حسابها مبرزا خطوط التمثيل

ب- ضع تخميننا حول اتجاه تغير المتتالية  $(U_n)$  وتقاربها

(2) أ- برهن بالتراجع انه من اجل كل عدد طبيعي  $n$  :  $3 < u_n < 4$

ب- ادرس اتجاه تغير المتتالية  $(U_n)$  ثم استنتج انها متقاربة

(3) المتتالية العددية المعرفة على  $\mathbb{N}$  بالعلاقة :  $V_n = \ln(U_n - 3)$

أ- برهن أن  $(V_n)$  متتالية هندسية يطلب تعيين اساسها وحدها الأول  $V_0$  .

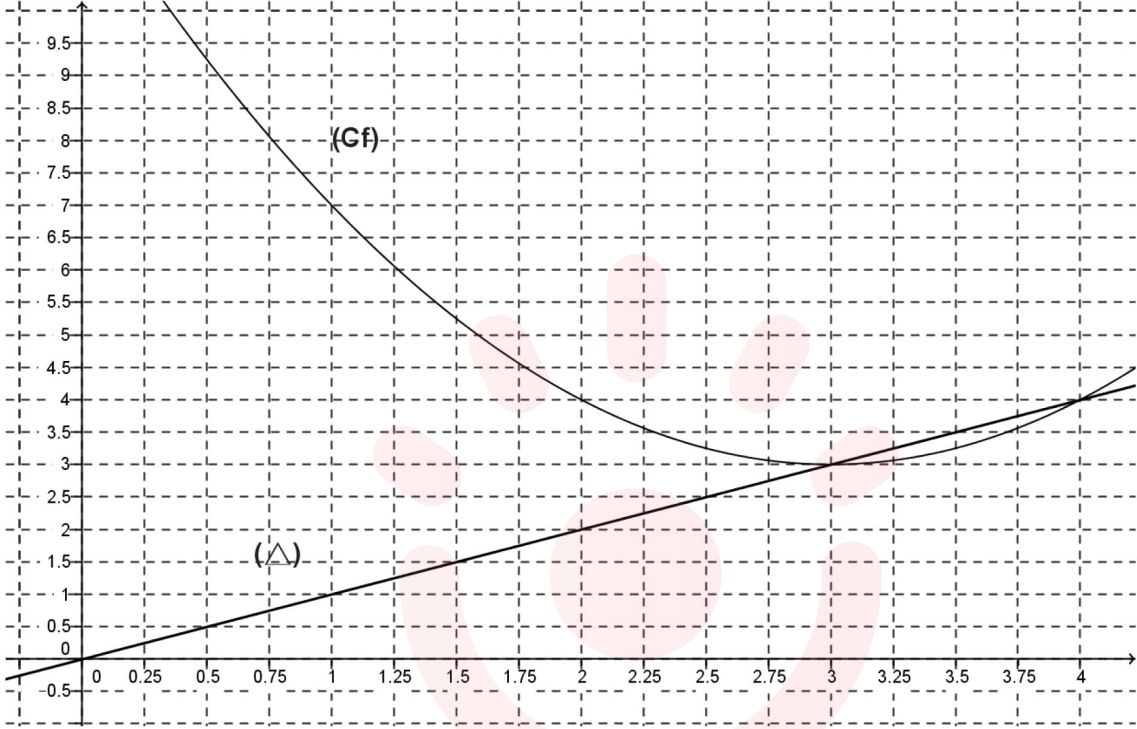
ب- أكتب بدلالة  $n$  كلا من  $U_n$  و  $V_n$  ثم احسب  $\lim_{n \rightarrow +\infty} (U_n)$

ج - أحسب بدلالة  $n$  المجموع :  $S_n = V_0 + V_1 + \dots + V_n$

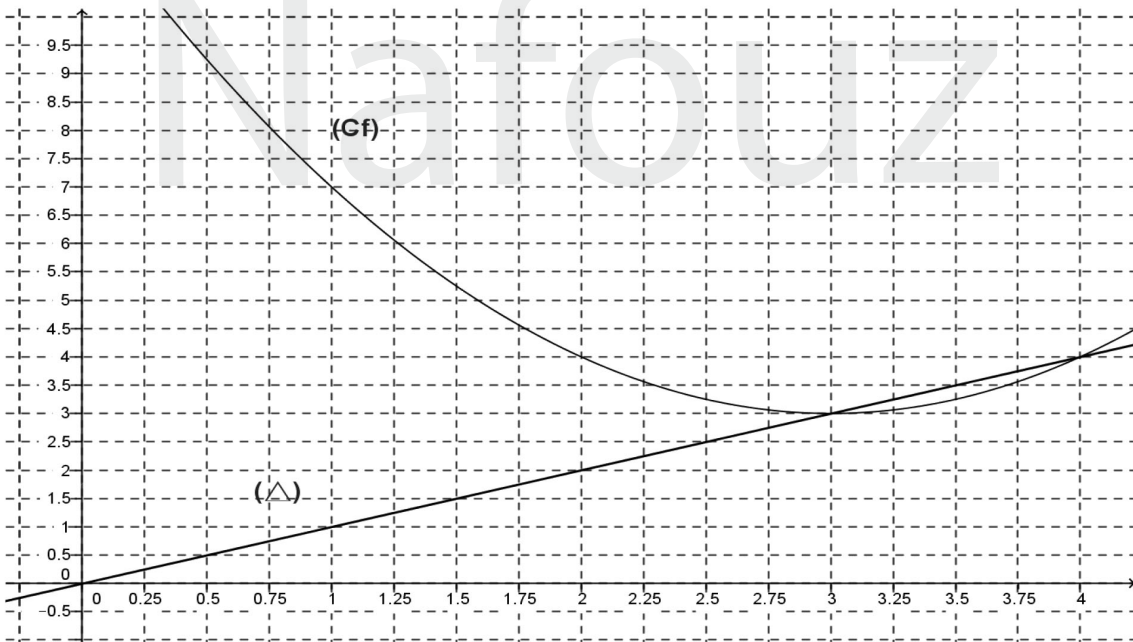
د- احسب بدلالة  $n$  الجداء :  $P_n = (u_0 - 3)(u_1 - 3)(u_2 - 3) \dots (u_n - 3)$

## الوثيقة المرفقة

الاسم : ..... اللقب : ..... القسم : .....



الاسم : ..... اللقب : ..... القسم : .....



### التمرين الثالث

عدد الحالات الممكنة هو :

$$C_{10}^3 = 120$$

حساب احتمال كل حادثة :

الحصول على كرة بيضاء واحدة فقط :

$$P(A) = \frac{\text{الحالات الملائمة}}{\text{الحالات الممكنة}} = \frac{C_5^1 \times C_5^2}{C_{10}^3} = \frac{5 \times 10}{120} = \frac{5}{12}$$

الحصول على كرتين بيضاء على الأقل :

$$P(B) = \frac{\text{الحالات الملائمة}}{\text{الحالات الممكنة}} = \frac{C_5^1 \times C_5^2 + C_5^2 \times C_5^1 + C_5^3}{C_{10}^3} = \frac{11}{12}$$

الكرات الثلاث المسحوبة لها نفس اللون :

$$P(C) = \frac{\text{الحالات الملائمة}}{\text{الحالات الممكنة}} = \frac{C_5^3 + C_5^3}{C_{10}^3} = \frac{20}{120} = \frac{1}{6}$$

-1 نبيين أن :

$$P(C \cap F) = \frac{7}{120} \text{ و } P(F) = \frac{31}{120}, P(D) = \frac{5}{6}$$

الحصول على اللونين الأبيض والأسود :

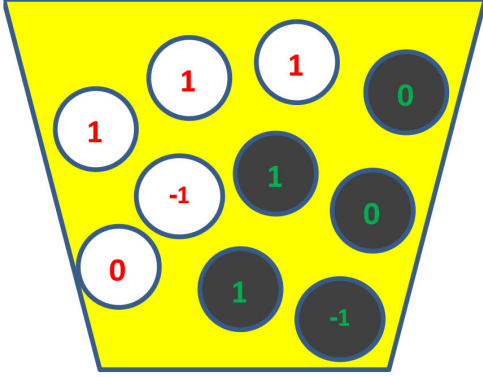
$$P(D) = \frac{\text{الحالات الملائمة}}{\text{الحالات الممكنة}} = \frac{C_5^2 \times C_5^1 + C_5^1 \times C_5^2}{C_{10}^3} = \frac{100}{120} = \frac{5}{6}$$

مجموع أرقام الكرات الثلاث المسحوبة يساوي 0 :

$$P(F) = \frac{\text{الحالات الملائمة}}{\text{الحالات الممكنة}} = \frac{C_5^1 \times C_3^1 \times C_2^1 + C_3^3}{C_{10}^3} = \frac{31}{120}$$

حساب  $P(C \cap F)$  :

$$P(C \cap F) = \frac{\text{الحالات الملائمة}}{\text{الحالات الممكنة}} = \frac{C_3^1 \times C_1^1 \times C_1^1 + C_2^1 \times C_2^1 \times C_1^1}{C_{10}^3} = \frac{7}{120}$$



رسم توضيحي - حصري على موقعنا :

[Learndz.com](http://Learndz.com)



2- إذا كان مجموع أرقام الكرات المسحوبة يساوي 0 ما هو احتمال أن تكون الكرات الثلاث من نفس اللون؟  
 حساب احتمال أن تكون الكرات الثلاث من نفس اللون علماً أن مجموع أرقامها هو 0 :  
 احتمال شرطي

$$P_F(C) = \frac{P(C \cap F)}{P(F)} = \frac{\frac{7}{120}}{\frac{31}{120}} = \frac{7}{31}$$

- القيم الممكنة للمتغير  $X$  هي  $\{-2, -1, 0, 1, 2, 3\}$  و قانون الاحتمال هو :

$x_i$	-2	-1	0	1	2	3
$P(X = x_i)$	$\frac{3}{120}$	$\frac{11}{120}$	$\frac{31}{120}$	$\frac{35}{120}$	$\frac{30}{120}$	$\frac{10}{120}$

الاحتمالات $P(X = x_i)$	الحالات الملائمة	قيم $X$
$P(X = -2) = \frac{C_2^2 \times C_3^1}{120} = \frac{3}{120}$	سحب 3 كرات مرقمة بـ -1، -1، 0	$X = -2$
$P(X = -1) = \frac{C_2^1 \times C_3^2}{120} + \frac{C_2^2 \times C_5^1}{120} = \frac{11}{120}$	سحب 3 كرات مرقمة بـ 0، 0، -1 أو سحب 3 كرات مرقمة بـ -1، -1، 1	$X = -1$
$P(X = 0) = \frac{C_2^1 \times C_3^1 \times C_5^1}{120} + \frac{C_3^3}{120} = \frac{31}{120}$	سحب 3 كرات مرقمة بـ -1، 0، 1 أو سحب 3 كرات مرقمة بـ 0، 0، 0	$X = 0$
$P(X = 1) = \frac{C_3^2 \times C_5^1}{120} + \frac{C_5^2 \times C_2^1}{120} = \frac{35}{120}$	سحب 3 كرات مرقمة بـ 0، 0، 1 أو سحب 3 كرات مرقمة بـ -1، 1، 1	$X = 1$
$P(X = 2) = \frac{C_5^2 \times C_3^1}{120} = \frac{30}{120}$	سحب 3 كرات مرقمة بـ 0، 1، 1	$X = 2$
$P(X = 3) = \frac{C_5^3}{120} = \frac{10}{120}$	سحب ثلاث كرات مرقمة بـ 1، 1، 1	$X = 3$

$$E(x) = \frac{9}{10}$$

الأميل الرياضي: